

حل مسائل مقاومت مصالح دکتر عادلۃ

شامل ۴۳۵ مسئله

ویرایش اول

تألیف:

مهندس سعید کریمی فراهانی

مهندس مهدی زادسرور



نشر علم عمران

Web: www.elme-omran.com
Email: Info@elme-omran.com

کریمی فراهانی، سعید، ۱۳۵۴ -

حل مسائل مقاومت مصالح دکتر عادلۍ - شامل ۴۳۵ مسئله / تألیف سعید کریمی فراهانی، مهدی زادسرور. - تهران : علم عمران، ۱۳۸۴.

۵۹۶ ص. : مصور، نمودار.

ISBN 964-94343-7-2

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیپا.

۱. مقاومت مصالح - راهنمای آموزشی (عالی) ۲. مقاومت مصالح - مسائل، تمرینها و غیره (عالی).

الف. زادسرور، مهدی، ۱۳۵۴ - ب. عنوان

۶۲۰/۱۱۲۰۷۶

ت ۸ ک ۴/۷/۴ TA

۴۱۲۵۷-۸۳ م

کتابخانه ملی ایران



نشر علم عمران

Web: www.elme-omran.com

Email: Info@elme-omran.com

حل مسائل مقاومت مصالح دکتر عادلۍ - شامل ۴۳۵ مسئله

ویرایش: اول

نوبت چاپ: اول

تاریخ چاپ: زمستان ۸۴

تیراژ: ۳۰۰۰

لیتوگرافی: طرح و نگار

چاپ: پدید رنگ

بهای کتاب: ۵۰۰۰۰ ریال

شابک: ۹۶۴-۹۴۳۴۳-۷-۲

نشر علم عمران: تهران، یوسف آباد، خیابان جهان آرا، بین خیابانهای ۱۶ و ۱۸، پلاک ۳۳، طبقه دوم، واحد ۱۱

دورنگار: ۸۸۳۵۳۹۳۲

تلفن: ۸۸۳۵۳۹۳۰-۳۱

مقدمه نویسندگان

مقاومت مصالح از دروس اصلی و پایه رشته های مهندسی بوده و یادگیری مفاهیم آن برای دانشجویان رشته های مهندسی بخصوص دانشجویان رشته های مهندسی عمران، مکانیک، معدن، هوا فضا،... ضروری می باشد. در سالهای اخیر کتابهای متعددی در مورد مقاومت مصالح چاپ شده اند که برخی از آنها ترجمه و برخی دیگر نیز به صورت تألیف هستند. از جمله کتابهای مرجع اصلی این درس می توان به کتابهای مقاومت مصالح بیر جانستون، پوپوف، تیمشنگو،... اشاره نمود.

در کتاب حاضر که تکنیک هایی برای حل کلاسیک مسائل مقاومت مصالح نام دارد، در هر فصل تمرینهای متعددی بر اساس سرفصل های موجود در کتابهای مرجع مقاومت مصالح حل شده است که خواننده می تواند آموزش مفاهیم هر فصل از کتابهای مقاومت مصالح را با مرور این مسائل و یا ارائه یک روش حل مناسب دیگر برای آن به اتمام برساند. همچنین سعی شده تا در انتهای هر فصل از کتاب سؤالاتی بدون پاسخ اضافه گردند تا دانشجو مهارت خود را با حل صحیح آنها افزایش دهد. در واقع این کتاب، آموزش مقاومت مصالح از طریق حل مثالهای مختلف است. با این وجود توصیه می شود که خوانندگان ابتدا مفاهیم و فرمولهای مربوط به هر فصل را از طریق مطالعه کتابهای مرجع مقاومت مصالح فرا گیرند. برای حل یک مسئله ممکن است روشهای متفاوتی وجود داشته باشد. با این وجود آنچه در این کتاب مورد نظر قرار گرفته، صرفاً نظر نویسندگان بوده و خوانندگان می توانند روشهای دیگری را نیز برای حل مسائل بیابند و از این طریق مهارت بیشتری در حل مسائل کسب کنند. اکثر مسائلی که در این کتاب وجود دارند، مربوط به دو مرجع زیر هستند:

- [1] Belyayev, N. M, "Problems in Strength of Material", Pergamon Press, 1966.
- [2] Mirollyubov, N, et all, "An Aid to Solving Problems in Strength of Materials" Mir Publisher, 1974.

در دو کتاب ذکر شده، پاسخ نهایی تمامی سؤالات وجود دارد. چنانچه خوانندگان پاسخ های بدست آمده در این کتاب و پاسخهای بدست آمده در کتابهای مرجع را مقایسه نمایند، ممکن است در برخی از موارد جوابها یکسان نباشند. در این موارد، نویسندگان پاسخهای نهایی را با استفاده از نرم افزارهایی همانند SAP2000 و AutoCad نیز کنترل کرده اند تا صحت پاسخها کنترل گردد.

مطالب این کتاب در ۸ فصل ارائه شده اند. هر فصل دارای بخش های مختلفی است. در انتخاب مسائل مربوط به فصلها و بخشهای آنها سعی شده تا در حد امکان، روند ارائه مطالب مطابق روند ارائه شده در کتابهای مرجع مقاومت مصالح باشد. این فصلها عبارتند از:

۱- اثرات بار محوری در سازه های معین

۲- اثرات بار محوری در سازه‌های نامعین

۳- تنشها و کرنشهای برشی مستقیم

۴- روابط بین تنش و کرنش

۵- خمش

۶- تنش برشی در اعضای تحت خمش

۷- پیچش

۸- تنش در پوسته‌های جدار نازک

نویسندگان از کلیه کسانی که هریک به نحوی آنها را در تکمیل و ارائه این کتاب یاری دادند، از جمله خانم مهندس راضیه هاشمی، خانم مهندس مریم زادسرور، آقای مهندس سید علیرضا سیدی و مدیریت نشر علم عمران تشکر و قدردانی می‌نمایند.

نویسندگان تمام سعی خود را بکار گرفته‌اند تا مجموعه‌ای کم نقص تقدیم خوانندگان نمایند. با این وجود امکان دارد که علیرغم تصحیحات و ویرایش‌های مکرر، در برخی از قسمت‌های کتاب نواقصی وجود داشته باشد. لذا نویسندگان از نظرها و پیشنهادهای کلیه خوانندگان گرامی که در بهبود مجموعه حاضر مفید باشد استفاده کرده و آماده دریافت آن از طریق آدرس اینترنتی ناشر info@elme-omran.com می‌باشند.

سعید کریمی فراهانی

مهدی زادسرور

تهران - زمستان ۱۳۸۴

فصل اول: اثرات بار محوری در سازه‌های معین

- بخش اول: نیروی محوری، تنشها و تغییرشکلهای سازه‌های معین ۳
- بخش دوم: تغییرشکلهای سازه‌های معین تحت بار محوری ۲۳
- مسائل حل نشده فصل اول ۵۱

فصل دوم: اثرات بار محوری در سازه‌های نامعین

- بخش اول: نیروی محوری و تنش در سازه‌های نامعین ۵۷
- بخش دوم: اثر تغییر درجه حرارت در سازه‌های نامعین ۱۱۹
- بخش سوم: اثر خطای ساخت در سازه‌های نامعین ۱۷۷
- بخش چهارم: تعیین بار نهایی سازه‌های نامعین ۱۹۳
- مسائل حل نشده فصل دوم ۲۱۷

فصل سوم: تنشها و کرنشهای برشی مستقیم

- بخش اول: تنشهای برشی در اتصالات برشی ۲۳۱
- بخش دوم: طراحی اتصالات برشی تحت اثر برش مستقیم ۲۳۷
- مسائل حل نشده فصل سوم ۲۴۷

فصل چهارم: روابط بین تنش و کرنش

- بخش اول: تنش عمودی تک محوری و دو محوری و کرنشهای متناظر ۲۵۵
- بخش دوم: تنش سه محوری و کرنشهای متناظر ۲۶۳
- بخش سوم: کرنش مسطح ۲۶۷
- مسائل حل نشده فصل چهارم ۲۷۳

فصل پنجم: خمش

- بخش اول: برش و لنگر در تیرها ۲۸۱
- بخش دوم: محاسبه اساس مقطع ۳۰۹

۳۳۵	بخش سوم: تنشهای قائم ناشی از خمش
۳۴۳	بخش چهارم: تعیین ابعاد طراحی اعضای تحت خمش
۳۵۷	بخش پنجم: محاسبه بار مجاز سازه‌های تحت خمش
۳۶۷	بخش ششم: محاسبه تنشهای قائم در تیرهای مقطع متغیر
۳۷۷	بخش هفتم: خمش دو محوری
۴۳۱	مسائل حل نشده فصل پنجم

فصل ششم: تنش برشی در اعضای تحت خمش

۴۴۳	بخش اول: محاسبه تنشهای برشی در تیرهای تحت خمش
۴۵۵	بخش دوم: تنشهای اصلی در تیرهای تحت اثر خمش و برش
۴۶۷	مسائل حل نشده فصل ششم

فصل هفتم: پیچش

۴۷۵	بخش اول: پیچش مقاطع دایره‌ای
۴۸۷	بخش دوم: پیچش مقاطع جدار نازک
۵۰۱	بخش سوم: اعضای تحت خمش و پیچش
۵۰۷	مسائل حل نشده فصل هفتم

فصل هشتم: تنش در پوسته‌های جدار نازک

۵۱۵	بخش اول: تنش در پوسته‌های جدار نازک
۵۴۵	مسائل حل نشده فصل هشتم

فصل اول:

اثرات بار محوری در سازه‌های معین



بخش اول :

نیروی محوری

تنشها و تغییرشکلهای سازه‌های معین

۱- حداکثر ارتفاع دیوار ساخته شده از جنس بتن با مقاومت فشاری نهایی برابر 160 kg/cm^2 و وزن مخصوص $\gamma = 2000 \text{ kg/m}^3$ را با فرض ضریب اطمینان 4 محاسبه کنید.

$$\gamma = 2000 \text{ kg/m}^3 = (2000)(10^{-6}) \text{ kg/cm}^3 = 2 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

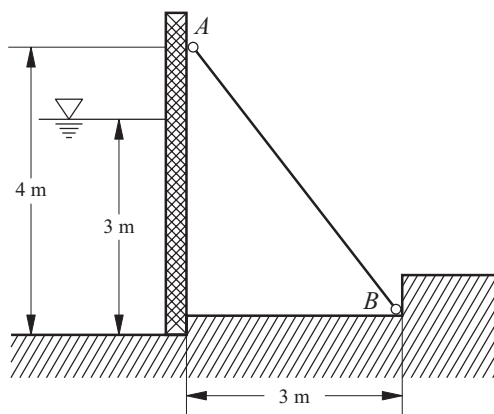
$$(S.F = \frac{\sigma_c}{\sigma_w} = 4), (\sigma_c = 160 \text{ kg/cm}^2) \rightarrow 4 = \frac{160}{\sigma_w} \rightarrow \sigma_w = 40 \text{ kg/cm}^3 \quad (\text{I})$$

$$\sigma_w = \frac{W}{A} = \frac{\gamma V}{A} = \frac{\gamma Ah}{A} = \gamma h \quad (\text{II})$$

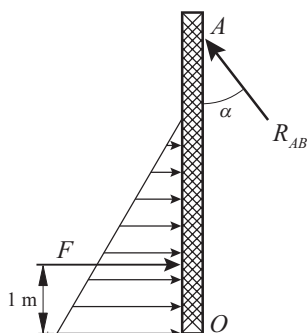
از دو رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود:

$$40 = (2 \times 10^{-3})h \rightarrow h = 20000 \text{ cm} = 200 \text{ m}$$

۲- سپر غیرقابل نفوذی در برابر آب، به منظور جلوگیری از واژگونی توسط پایه‌های چوبی با مقطع دایره‌ای AB و قطر 15 cm نگاه داشته شده است. تنش مجاز چوب برابر 20 kg/cm^2 است. حداکثر فاصله مجاز بین پایه‌ها را محاسبه کنید.



با ترسیم نیروهای وارد شده بر سپری، نمودار آزاد مطابق شکل زیر بوده و حداکثر نیروی مجاز وارد شده بر میله AB به صورت زیر محاسبه می‌گردد:



$$A_{AB} = \left(\frac{\pi}{4}\right)(15^2) = 176.7 \text{ cm}^2$$

حداکثر بار مجاز میله به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{AB} = (176.7)(20) = 3534.3 \text{ kg}$$

$$\sum M_O = 0$$

$$\rightarrow (F)(1) = (R_{AB} \sin \alpha)(4) = (3534.3 \times 0.6)(4) = 8482.3 \text{ kg}$$

بنابراین حداکثر برآیند نیروی هیدرواستاتیک آب که توسط پایه تحمل می‌شود برابر $F = 8482.3 \text{ kg}$ است. در این حالت باید طولی از امتداد سپر را پیدا کرد که فشار هیدرواستاتیک آب واقع در آن محدوده برابر نیروی F بدست آمده باشد.

$$P = \gamma h = (1000)(3) = 3000 \text{ kg/m}^2$$

$$F = (3000)\left(3 \times \frac{1}{2}\right)(x) = 4500x$$

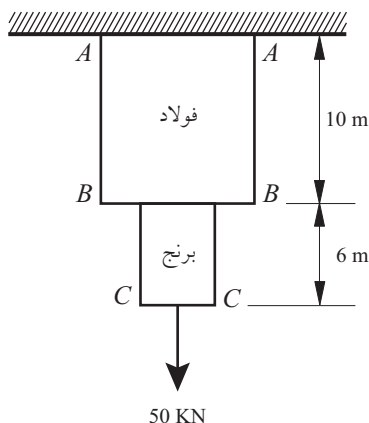
برآیند نیروی فشاری هیدرواستاتیک آب:

با برابر قرار دادن دو مقدار فوق برای نیروی F ، حداکثر فاصله مجاز حاصل می‌شود.

$$F = 4500x = 8482.3 \text{ kg} \rightarrow x = 1.88 \text{ m}$$

حداکثر فاصله مجاز پایه‌های چوبی:

۳- مطابق شکل زیر، دو میله منشوری متصل به یکدیگر، بار قائمی برابر 50 KN را تحمل می‌کنند. میله فوقانی از جنس فولاد با سطح مقطع 60 cm^2 و وزن مخصوص $\gamma_{st} = 7.7 \times 10^4 \text{ N/m}^3$ و میله تحتانی از برنج با سطح مقطع 50 cm^2 و وزن مخصوص $\gamma_B = 8.25 \times 10^4 \text{ N/m}^3$ می‌باشد. همچنین ضریب ارتجاعی فولاد برابر $E_{st} = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ و ضریب ارتجاعی برنج برابر $E_B = 9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ است. حداکثر تنش ایجاد شده در هریک از میله‌ها را محاسبه کنید.



با توجه به وزن مخصوص مصالح می‌بایست برای محاسبه تنش‌ها وزن آنها نیز منظور شود. حداکثر تنش در میله فولادی در مقطع $A-A$ می‌باشد که کلیه نیروها شامل وزن میله‌های برنجی و فولادی را تحمل می‌کند. همچنین حداکثر تنش در میله برنجی در مقطع $B-B$ است که نیروی اعمال شده و وزن میله برنجی بر آن وارد می‌شود.

$$A-A \text{ در نیرو} : W_1 = 50000 + W_{st} + W_B$$

$$B-B \text{ در نیرو} : W_2 = 50000 + W_B$$

$$\left\{ W_{st} = (60)(10 \times 100)(10^{-6})(7.7 \times 10^4) = 4620 \text{ N} \right.$$

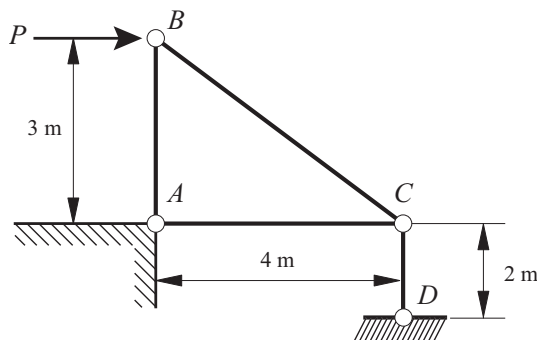
$$\left\{ W_B = (50)(6 \times 100)(10^{-6})(825 \times 10^4) = 2475 \text{ N} \right.$$

$$\left\{ W_1 = 50000 + 4620 + 2475 = 57095 \text{ N} \right.$$

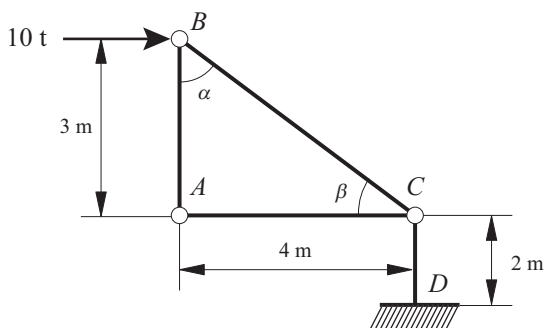
$$\left\{ W_2 = 50000 + 2475 = 52475 \text{ N} \right.$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sigma_{st, \max} = \frac{57095}{60 \times 10^2} = 9.5 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{B, \max} = \frac{52475}{50 \times 10^2} = 10.5 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

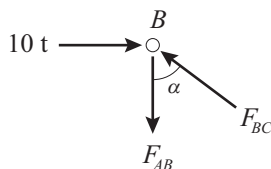
۴- در سازه شکل زیر، جنس تمام میله‌ها از فولاد بوده و سطح مقطع آنها به صورت مساوی برابر 30 cm^2 است. همچنین مقدار بار P برابر 10 t می‌باشد. تنش‌های ایجاد شده در هریک از میله‌ها را محاسبه کنید.



با نوشتن معادلات تعادل در گره‌ها، نیروها را محاسبه می‌کنیم:



معادلات تعادل در گره B:



$$\alpha = \tan^{-1}(4/3) = 53.13^\circ$$

$$\beta = 90 - \alpha = 36.87^\circ$$

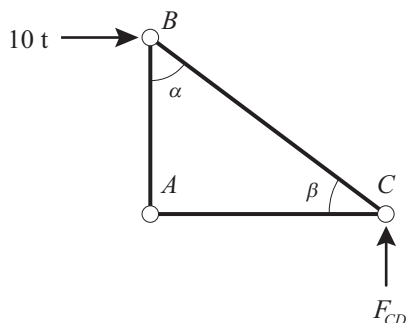
$$\sum F_x = 0$$

$$\rightarrow F_{BC} \sin 53.13 = 10 \rightarrow F_{BC} = 12.5 \text{ t (C)}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\rightarrow F_{AB} = F_{BC} \cos 53.13 = (12.5)(0.6) = 7.5 \text{ t} \rightarrow F_{AB} = 7.5 \text{ t (T)}$$

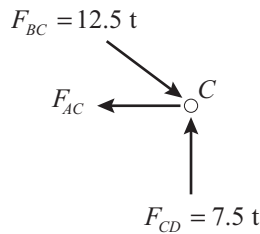
معادلات تعادل برای عضو BAC:



$$\sum M_A = 0$$

$$\rightarrow (10)(3) = (F_{CD})(4) \rightarrow F_{CD} = 7.5 \text{ t (C)}$$

معادله تعادل در گره C:

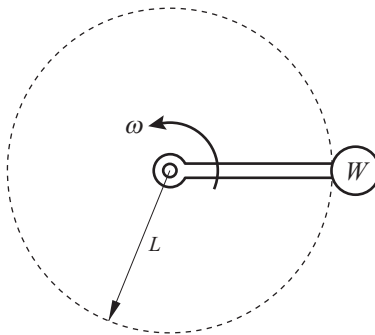


$$\sum F_x = 0$$

$$\rightarrow F_{AC} = F_{BC} \cos 36.87 = (12.5)(0.8) = 10 \text{ t (T)}$$

$$\begin{cases} F_{AB} = 7.5 \text{ t (T)} \\ F_{AC} = 10 \text{ t (T)} \\ F_{BC} = 12.5 \text{ t (T)} \\ F_{CD} = 7.5 \text{ t (T)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_{AB} = 7.5 \left(\frac{1000}{30} \right) = 250 \text{ kg/cm}^2 \text{ (T)} \\ \sigma_{AC} = 10 \left(\frac{1000}{30} \right) = 333 \text{ kg/cm}^2 \text{ (T)} \\ \sigma_{BC} = 12.5 \left(\frac{1000}{30} \right) = 417 \text{ kg/cm}^2 \text{ (C)} \\ \sigma_{CD} = 7.5 \left(\frac{1000}{30} \right) = 250 \text{ kg/cm}^2 \text{ (C)} \end{cases}$$

۵- میله‌ای به طول L در صفحه‌ای افقی حول یک محور قائم با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند. همچنین وزنه‌ای به وزن W به انتهای میله متصل است. چنانچه تنش مجاز برابر σ_w باشد و از وزن میله نیز صرف‌نظر شود، رابطه‌ای برای سطح مقطع مورد نیاز (A) میله بدست آورید.



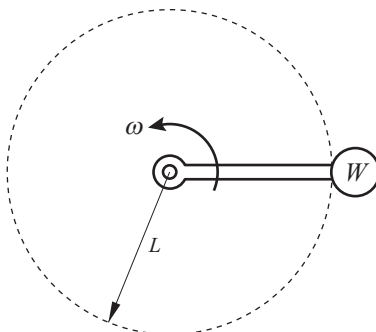
از آنجایی که مطابق فرضیات مسئله وزن میله ناچیز فرض شده است، تنها نیروی وارد شده بر میله، نیروی کششی ناشی از نیروی گریز از مرکز وزنه می‌باشد.

$$F = ma = m \left(\frac{V^2}{r} \right)$$

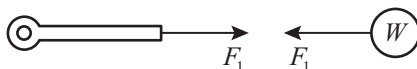
$$(V = r\omega), (r = L) \rightarrow F = \left(\frac{W}{g}\right)L\omega^2$$

$$A = \frac{F}{\sigma_w} = \frac{WL\omega^2}{g\sigma_w}$$

۶- چنانچه وزن واحد حجم مصالح میله در مثال قبل برابر γ باشد، رابطه‌ای برای سطح مقطع مورد نیاز (A) میله با احتساب وزن آن بدست آورید.

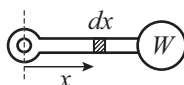


تنش بوجود آمده در میله، ناشی از نیروی گریز از مرکز مربوط به وزن گلوله و میله می‌باشد. اگر نیروی کششی وارد بر میله از طرف گلوله، F_1 فرض شود، خواهیم داشت:



$$F_1 = ma = \frac{W}{g}L\omega^2 \rightarrow \sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \frac{WL\omega^2}{gA} \quad (I)$$

اگر نیروی کششی وارد شده بر قطعه‌ای به طول dx را dF_2 بنامیم خواهیم داشت:



$$dF_2 = d(ma) = (dm)(x\omega^2) = \left(\frac{dW}{g}\right)(x\omega^2)$$

$$dW = \gamma A dx \rightarrow dF_2 = \left(\frac{\gamma A dx}{g}\right)(x\omega^2)$$

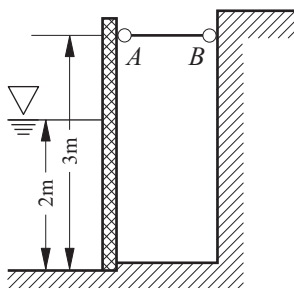
$$d\sigma_2 = \frac{dF_2}{A} = \frac{\gamma\omega^2}{g} x dx$$

$$\rightarrow \sigma_2 = \int_0^L \frac{\gamma\omega^2}{g} x dx = \frac{\gamma\omega^2 L^2}{2g} \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}), (\text{II}) \rightarrow \sigma_w = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{WL^2\omega^2}{gA} + \frac{\gamma\omega^2 L^2}{2g}$$

$$\rightarrow A = \frac{2WL\omega^2}{2\sigma_w g - \gamma L^2 \omega^2}$$

۷- مطابق شکل زیر، یک صفحه سخت همراه با المانهای فشاری چوبی AB در مقابل فشار آب ایستادگی می‌کند. فاصله المانهای فشاری چوبی از یکدیگر برابر 3 m است. چنانچه تنش مجاز فشاری چوب برابر $\sigma = 30 \text{ kg/cm}^2$ باشد، ابعاد مقطع دایره‌ای مناسب برای المانهای فشاری چوبی را محاسبه کنید.



مقطعی از صفحه مقاوم به عرض 3 m را در نظر بگیرید. در این مقطع یک المان فشاری قرار دارد. مقدار فشار محوری ناشی از آب که در این مقطع اعمال می‌شود برابر $6 t$ می‌باشد. جهت این فشار مستقیم بوده و در فاصله $1/3$ از کف آب اعمال می‌شود. فشار صفحه بر روی المان فشاری در نقطه A برابر نیروی فشاری المان چوبی خواهد بود و به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$P = (6) \frac{2}{(3)(3)} = \frac{4}{3} t$$

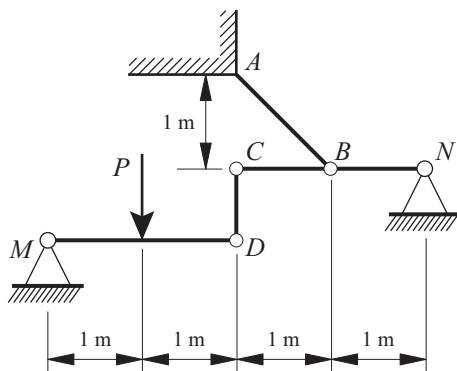
مقدار سطح مقطع مورد نیاز برای المان فشاری چوبی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A = \frac{P}{\sigma} = \frac{4000}{(3)(30)} = 44.5 \text{ cm}^2$$

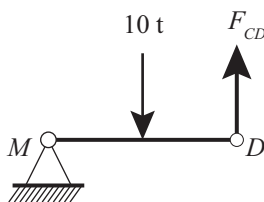
بنابراین قطر مقطع به صورت زیر بدست می‌آید:

$$d \geq 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{44.5}{3.14}} = 7.5 \text{ cm}$$

۸- در شکل زیر مقدار بار P برابر 10 t و تنش مجاز مصالح اعضای AB و CD برابر 100 kg/cm^2 است. قطر این اعضا را محاسبه کنید.



نمودار آزاد میله MD به صورت زیر می‌باشد:



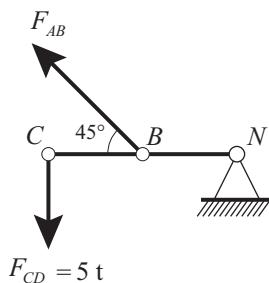
$$\sum M_M = 0$$

$$\rightarrow (F_{CD})(2) = (10)(1) \rightarrow F_{CD} = 5\text{ t}$$

$$\sigma_w = \frac{F_{CD}}{A_{CD}} \rightarrow 1000 = \frac{5 \times 10^3}{A_{CD}} \rightarrow A_{CD} = 5\text{ cm}^2$$

$$A_{CD} = \left(\frac{\pi}{4}\right)(D_{CD}^2) \rightarrow D_{CD} = 2.52\text{ cm} = 25.2\text{ mm}$$

نمودار آزاد میله CN به صورت زیر می‌باشد:



$$\sum M_N = 0$$

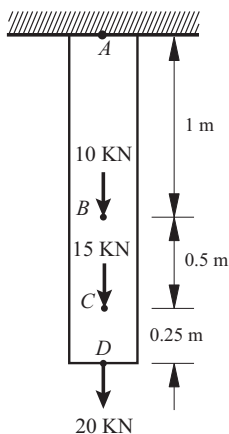
$$\rightarrow (5)(2) = (F_{AB} \sin 45)(1) \rightarrow F_{AB} = 10\sqrt{2} \text{ ton}$$

$$\sigma_w = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} \rightarrow 1000 = \frac{10\sqrt{2} \times 10^3}{A_{AB}} \rightarrow A_{AB} = 10\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

$$A_{AB} = \frac{\pi}{4} D_{AB}^2 \rightarrow D_{AB} = 4.24 \text{ cm} = 42.4 \text{ mm}$$



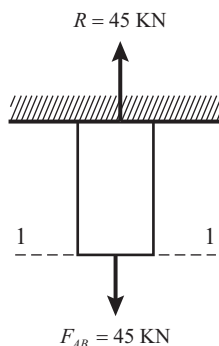
۹- مطابق شکل زیر، میله فولادی با سطح مقطع 5 cm^2 و ضریب ارتجاعی $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ تحت اثر بارهای نشان داده شده قرار دارد. اضافه طول میله را محاسبه کنید.



جهت محاسبه اضافه طول میله می‌بایست در هر مقطع تنش و سپس کرنش موجود تعیین گردد. برای این منظور در قسمتهای AB ، BC و CD کرنش‌ها به صورت جداگانه محاسبه شده و تغییر طول این قسمتها بدست می‌آید. تغییر طول کل از مجموع تغییر طول این قسمتها حاصل می‌شود:

الف) قسمت AB :

در این قسمت، نیروی اعمال شده بر میله برابر عکس‌العمل تکیه‌گاهی (R) است.

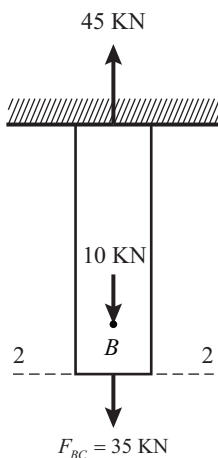


$$R = 10 + 15 + 20 = 45 \text{ KN} \rightarrow F_{AB} = 45 \text{ KN}$$

$$E = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2 = 2 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

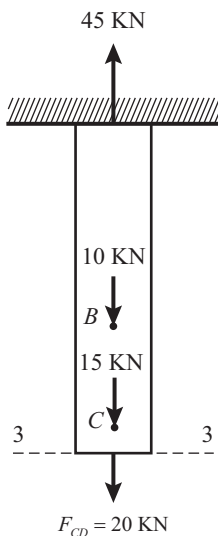
$$\delta_{AB} = \frac{F_{AB} L_{AB}}{AE} = \frac{(45000)(1000)}{(5 \times 10^2)(2 \times 10^5)} = 0.45 \text{ mm}$$

ب) قسمت BC (مقطع 2-2):



$$F_{BC} = 45 - 10 = 35 \text{ KN} \rightarrow \delta_{BC} = \frac{(35000)(500)}{(500)(2 \times 10^5)} = 0.175 \text{ mm}$$

پ) قسمت CD (مقطع 3-3):



$$F_{CD} = 45 - 10 - 15 = 20 \text{ KN}$$

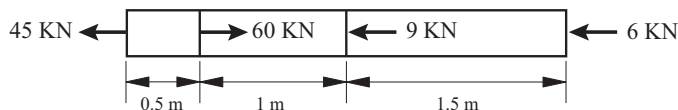
$$\rightarrow \delta_{CD} = \frac{(20000)(250)}{(5 \times 10^2)(2 \times 10^5)} = 0.05 \text{ mm}$$

$$\Delta = \delta_{AB} + \delta_{BC} + \delta_{CD}$$

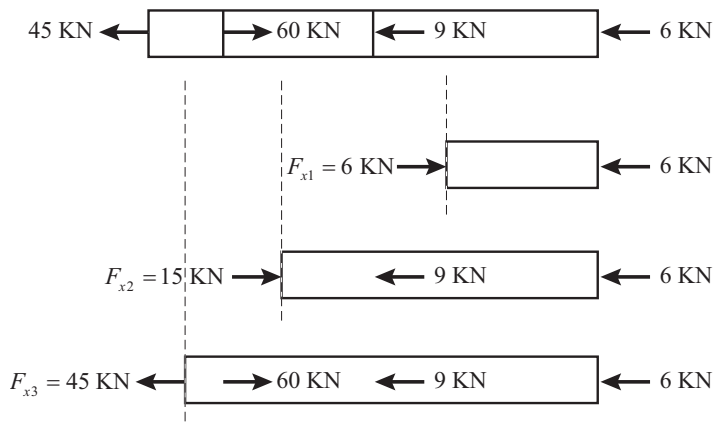
$$\Delta = 0.45 + 0.175 + 0.05 = 0.675 \text{ m}$$

اضافه طول کل میله:

۱۰- مطابق شکل زیر، میله‌ای برنجی با سطح مقطع 10 cm^2 و ضریب ارتجاعی $E = 9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ تحت بارهای زیر قرار دارد. اضافه طول یا کاهش طول آن را محاسبه کنید.



با ایجاد مقاطع مختلف برای میله برنجی خواهیم داشت:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{x1} = 6 \text{ KN (فشاری)}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{x2} = 6 + 9 = 15 \text{ KN (فشاری)}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{x3} = 60 - 9 - 6 = 45 \text{ KN (کششی)}$$

$$EA = (9 \times 10^{10})(10 \times 10^{-4}) = 9 \times 10^7 \text{ KN.m}$$

$$\delta_{total} = \sum \frac{PL}{EA} = \frac{(-6000)(1.5)}{9 \times 10^7} + \frac{(-15000)(1)}{9 \times 10^7} + \frac{(45000)(0.5)}{9 \times 10^7}$$

$$\delta = 1.66 \times 10^{-5} \text{ m} = 0.0017 \text{ cm}$$